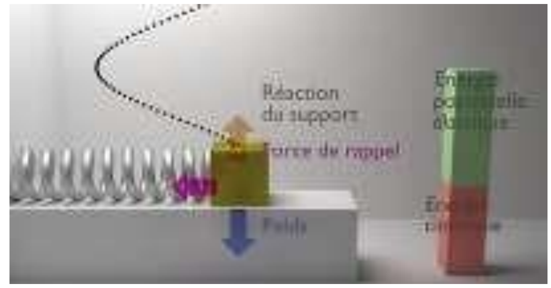
# Cours N°P M 7: Les Aspects énergétiques



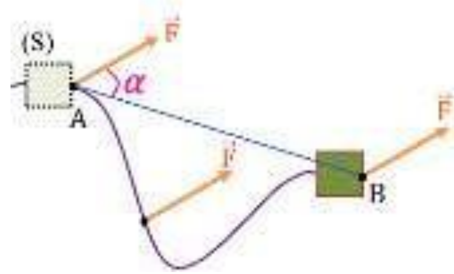

**Introduction** **Le mouvement d'un oscillateur quelconque se justifie via les échanges énergétiques entre les constituants du système oscillant.**

**Comment un ressort intervient-il dans les échanges énergétiques ?**

## I- Travail d'une force

### 1- Travail d'une force constante

Le travail d'une force constante $\vec{F}$, d'un point A vers un point B est le produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\vec{AB}$ **.**



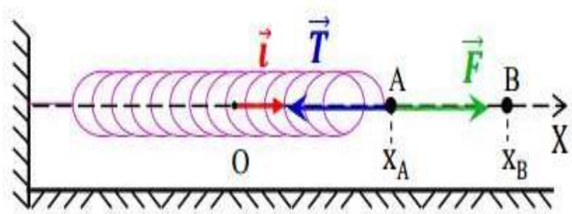

.....................................................................................................

L'unité du travail dans le S I des unités est le **Joule** ( $J$ ).

### 2 - Travail d'une force non constante

#### 2- 1 Le travail de la force appliquée par un ressort

**Méthode 1 : Méthode analytique**




Considérons un ressort de longueur initiale $P_0$ et de constante de raideur K placé sur un plan horizontal comme l'indique la figure suivante ; La tension du ressort $\vec{T} = -K.x.\vec{7}$ n'est pas une force constante . Pour calculer le travail de la force $\vec{F}$, on doit considérer le travail élémentaire de cette force $dW$ sur un déplacement infiniment petit $\vec{dl}$ sur lequel nous considérons que la force est constante :

$dW =$ ... ... . ... ... avec $\vec{F} =$ ...................................... et $\vec{dl}$ = ____

........................................................................................................................................................................

Le travail total de la force $\vec{F}$, lorsque son point d'application se déplace d'un point d'abscisse $x_A$ à un point d'abscisse $x_B$ est la somme des travaux élémentaires, on l'obtient en utilisant le calcul intégral,

........................................................................................................................................................

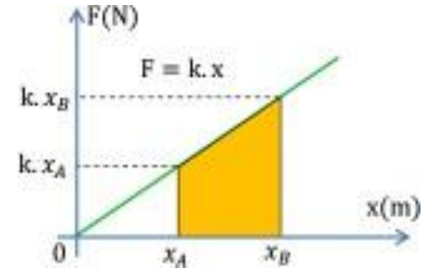
........................................................................................................................... ....................

........................................................................................................................... ......................

Donc **le travail de la force** $\vec{F}$ lorsque son point d'application se déplace d'un point A d'abscisse $x_A$ à un point B d'abscisse $x_B$ est donnée par la relation suivante :. ..........................................................................................

**Le travail de la force** $\vec{T}$ **du ressort** est : ..........................................................................................

**Méthode 2 : Méthode géométrique**




L'intégrale de la fonction $F = K.x$ est l'**aire** de la partie du plan limitée par courbe de la fonction **F** et l'axe des abscisses , avec $x_A < x < x_B$ :

$W_{A\to B}(\vec{F}) =$ *Aire de grand triangle* − *Aire de petit triangle*

.............................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................

## II- Etude énergétique du pendule élastique horizontal

### 1- Energie cinétique

**L'énergie cinétique** est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement. L'énergie cinétique **pendule élastique** est donnée par la relation suivante :

$m$: ......................................................................................................................

..............................................

$\dot{x}$ :...............................................................................................................................

### 2- Energie potentielle élastique :

**Energie potentielle élastique** $E_{Pe}$ d'un **pendule élastique** est l'énergie qu'il possède grâce **à la déformation** du ressort, elle est donnée par la relation suivante :

.........................................................

**Avec :**

**x**: ..............................................................................................

**C** : ..............................................................................................

En considérant comme état de référence $E_{Pe} = 0$ lorsque $x = 0$

..............................................................................................................................................

**Remarque :** Variation de l'énergie potentielle élastique ne dépend pas de l'état de référence :

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

..............................................

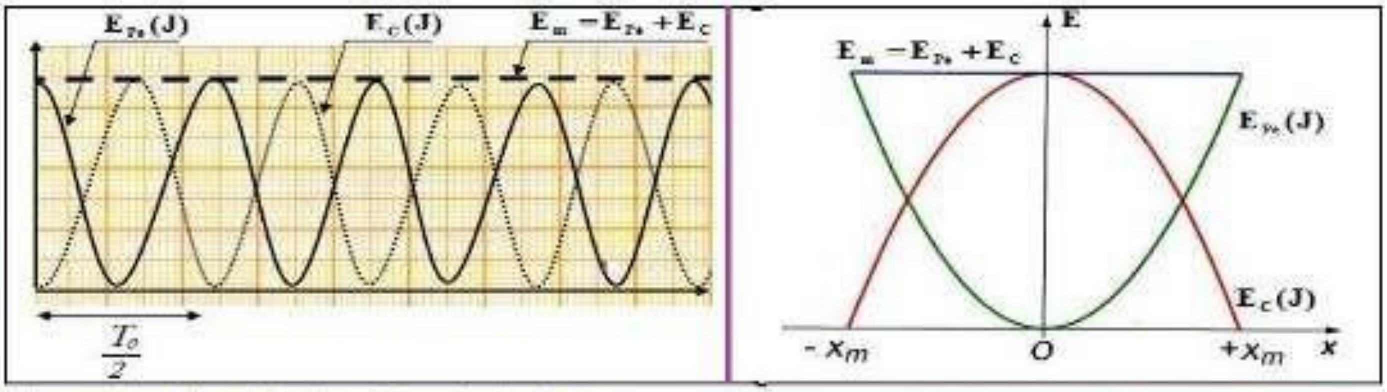
### 3- Energie mécanique d'un système {masse +ressort} :

**L'énergie mécanique** d'un pendule élastique horizontal est la somme de **l'énergie potentielle élastique** et **l'énergie cinétique :**

..............................................................................

## 4- L'expression de l'énergie mécanique

### a- Cas des oscillations non amorties ( : sans frottements )




Les variations d'énergies Ec, Epe et Em en fonction de temps — Les variations d'énergies Ec, Epe et Em en fonction de l'élongation x

➢ D'après les résultats des deux figures: Dans le cas des **oscillations sans frottements**, l'énergie mécanique de l'oscillateur est : ……………………………………………………………

| **à la position** x = 0 | **à la position** x = $X_M$ |
|---|---|
| ……………………………………………………………………… <br> ……………………………………………………………………… <br> ……………………………………………………………………… | ……………………………………………………………………… <br> ……………………………………………………………………… <br> ……………………………………………………………………… |

……………………………………………………………………

**Remarque :**

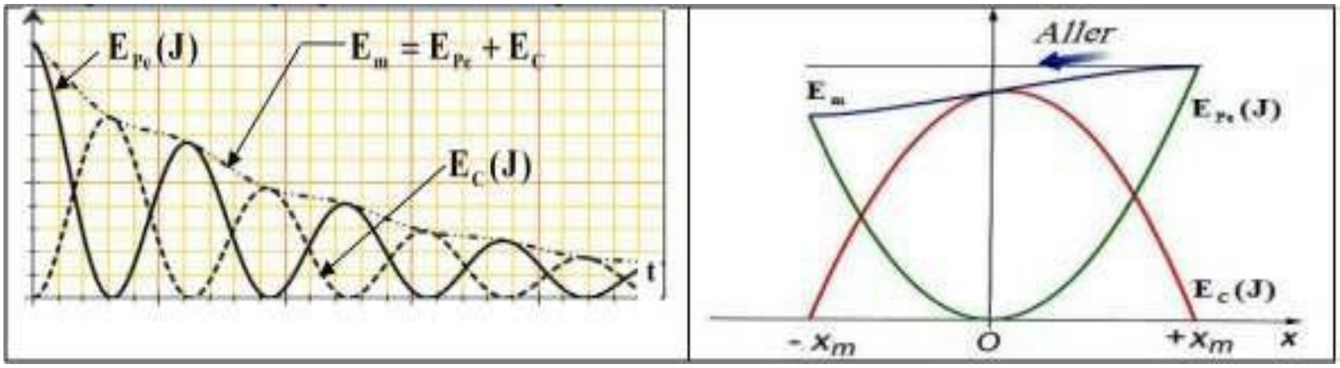
- ✓ La relation entre la période de l''énergie **T** et période propre $T_0$ du mouvement est : $T = \frac{T0}{2}$
- ✓ L'amplitude des oscillations reste constante au cours du temps, alors **:** $\frac{dE_m}{dt}$ **= 0**
- ✓ En dérivant l'expression de l'énergie mécanique, on obtient l'équation différentielle du mouvement..

…………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………

### b- Cas des oscillations amorties ( : avec frottements )

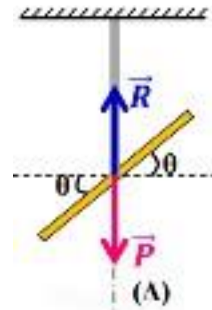
L'amplitude des oscillations décroît au cours du temps, le régime est pseudopériodique de pseudo-période T . **L'énergie mécanique** du système **diminue au cours du temps**, elle est dissipée **par transfert thermique**

.




## III- Etude énergétique d'un pendule de torsion

### 1 – Travail de couple de torsion




Le travail de couple de torsion appliquée par le fil de torsion de constante C lors d'un déplacement de $\theta_1$ à $\theta_2$ est : $dW = M_c.d\theta \quad avec \quad M_c = -C.\theta$

Avec C : constante de torsion $(N.m.rad)$

..................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................

.................................

### 2 – Energie potentielle de torsion

**L'énergie potentielle de torsion** $E_{P;t}$ **:** c'est l'énergie liée à la déformation du fil. Elle est donnée par la relation suivante : ................................ avec ...................................................................................

On choisit naturellement une énergie potentielle de torsion nulle pour la position où la déformation du fil est nulle $\theta = 0$, soit $E_{P;t} = 0\,J$ donc k' = 0 J.

**Remarque :** Relation entre $\Delta E_{p;t}$ et le travail du couple de torsion est : $\Delta E_{p;t} = -W_{\theta_{1\rightarrow\theta_2}}$

### 3- Energie cinétique :

**L'énergie cinétique d'un pendule de torsion** effectuant un mouvement oscillatoire est : ..............................

$J_\Delta$ en **(Kg.m$^2$)** **:** Moment d'inertie par rapport l'axe ( Δ)

$\dot{\theta}$ en ( **rad.s$^{-1}$**) **:** Vitesse angulaire**;** $\dot{\theta}$ = ..................................................................

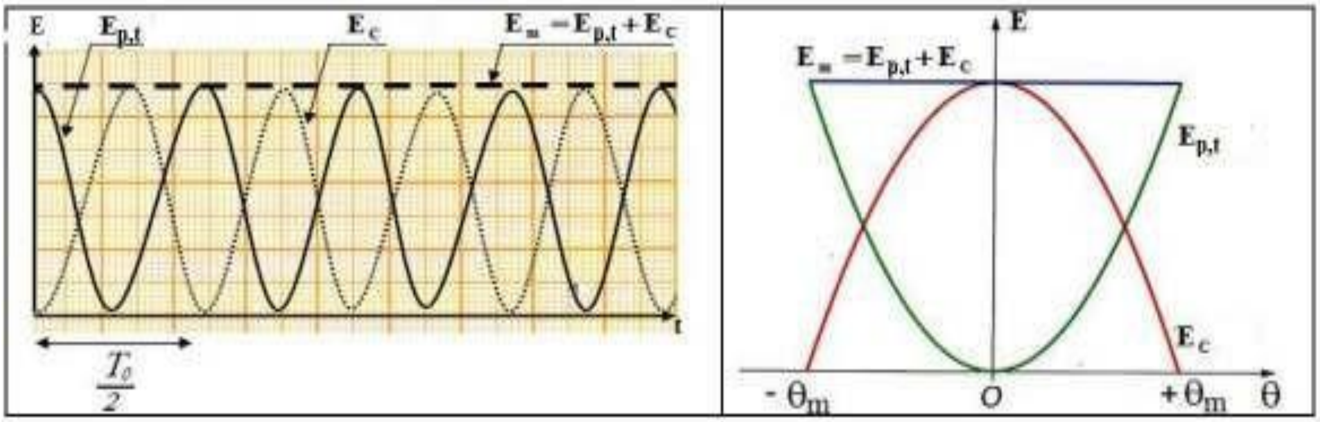
### 4- L'énergie mécanique :

**L'énergie mécanique** d'un pendule de torsion est la somme de **l'énergie potentielle de torsion** et **l'énergie cinétique :**

..................................................................................

## 5- L'expression de l'énergie mécanique

### a- Cas des oscillations non amorties ( : sans frottements )




➢ D'après les résultats des deux figures: Dans le cas des **oscillations sans frottements**, l'énergie mécanique de de pendule de torsion est conservative **:........................** $p,t$

| à la position $\theta = 0$ | à la position $\theta = \theta_m$ |
|---|---|
| ..........................................................................<br>..........................................................................<br>....................................................................... | ..........................................................................<br>..........................................................................<br>.......................................................................... |

..........................................................................

**Remarque :**

- ✓ La relation entre la période d'énergie **T** et période propre $T_0$ du mouvement est : $T = \frac{T0}{2}$
- ✓ L'amplitude des oscillations reste constante au cours du temps, alors **:** $\frac{dEm}{dt}$ **= 0**
- ✓ En dérivant l'expression de l'énergie mécanique, on obtient l'équation différentielle du mouvement..

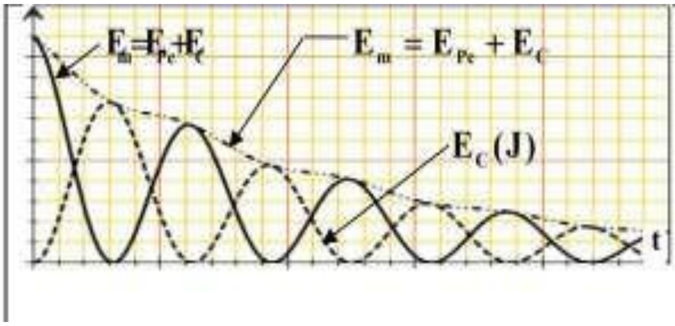
$$E_m = cst \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C.\theta^2\right) = 0$$

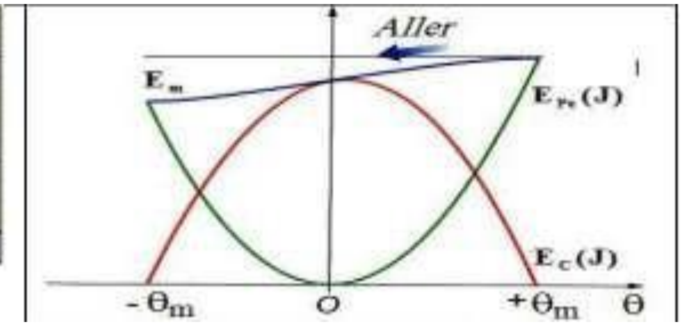
$$\Rightarrow J_\Delta.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + C.\theta.\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$$

L'équation différentielle du mouvement

### b- Cas des oscillations amorties ( : avec frottements )

L'amplitude des oscillations décroît au cours du temps, le régime est pseudopériodique de pseudo-période T . **L'énergie mécanique** du système **diminue au cours du temps**, elle est dissipée **par transfert thermique**.




## III- Étude énergétique d'un pendule pesant.

### 1-Énergie cinétique d'un pendule pesant

**L'énergie cinétique d'un pendule pesant** effectuant un mouvement oscillatoire est :

................................

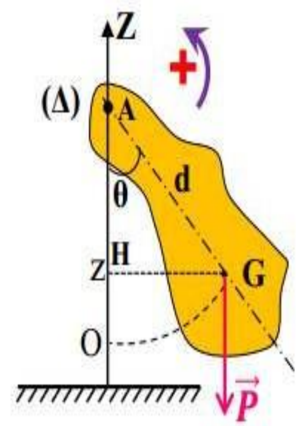
Avec $J_\Delta$ : est le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe $(\Delta)$ exprimé en **kg.m²**;

$\dot{\theta}$ : est la vitesse angulaire du pendule en rad/s.

### 2- Énergie potentielle de pesanteur

**L'énergie potentielle** de pesanteur **d'un pendule pesant** est donnée par la relation suivante :

................................




**m** : la masse du pendule en (kg),

**g**: intensité de pesanteur en (m/s2),

$z$ : l'altitude du centre d'inertie **G** du système sur l'axe $(O, z)$ d'un repère orthonormé orienté vers le haut .

$C$ : une constante qui dépend de l'état de référence choisi où l'énergie potentielle est nulle **($E_{pp,réf}$ = 0)** On prend $E_{pp} = 0$ à $z = 0$ et $1 - \cos(\theta) \approx \frac{\theta^2}{2}$

**Déterminer l'expression de** $E_{PP}$ **en fonction de** m , g , d et **θ**

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

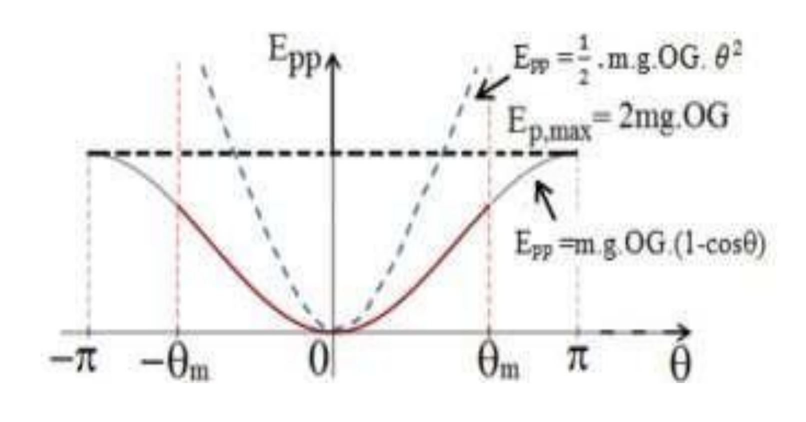
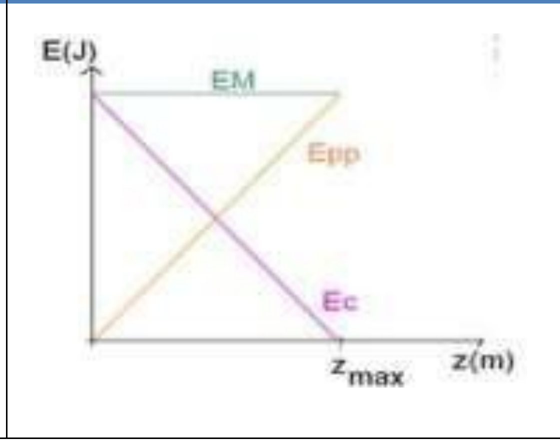
**Remarque :** Relation entre $\Delta E_{p;p}$ et le travail du poids est : $\Delta E_{p;p} = -W(\vec{P})$

### 3- Expression de l'énergie mécanique

Expression de **l'énergie mécanique** du **pendule pesant** :

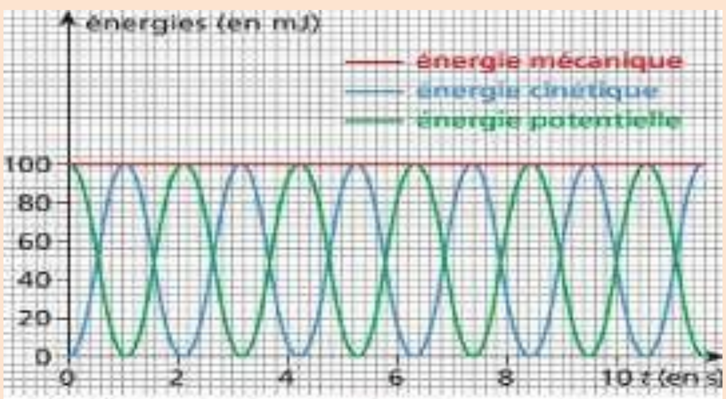
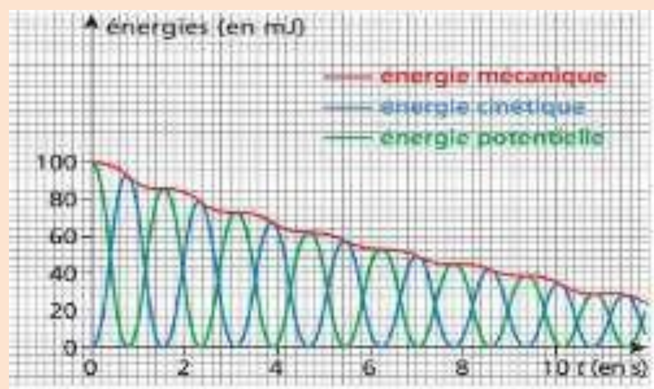
........................................................................................................................................................................

### 4- Diagramme des énergies

| Énergie potentielle de pesanteur en fonction de θ | Les énergies en fonction de z |
|---|---|
|  |  |



*Les énergies $E$ en fonction de $t$*

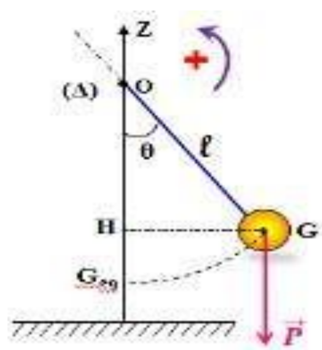
| Cas des oscillations sans frottements | Cas des oscillations avec frottements |
|---|---|
|  |  |



Oscillations à énergie mécanique constante

Oscillations avec dissipation de l'énergie mécanique

**Remarque** :





Dans le cas de pendule simple $OG = l$ et $J_\Delta = ml^2$

**$E_c$** = ..........................................................................................................

**$E_{pp}$** = ..........................................................................................................

**$E_m$** = ..........................................................................................................